

Transientes Simulationsmodell für lokale Kraftanregungen elektrischer Antriebe

Thomas Herold, David Franck, Stefan Böhmer, Michael Schröder & Kay Hameyer

e & i Elektrotechnik und Informationstechnik

ISSN 0932-383X
Volume 132
Number 1

Elektrotech. Inftech. (2015) 132:46-54
DOI 10.1007/s00502-014-0277-y

e & i
elektrotechnik und informationstechnik heft 1.2015

OVE Verbandszeitschrift

THEMENSCHWERPUNKT
Elektrische Maschinen und Antriebe

PRAXIS + WISSEN
Auf den Punkt gebracht: Das „Smart-City-Demoprojekt“ in der Seestadt Aspern
Turbo für E-Mobility
Die Beschreibung des leitungsgebundenen Energietransports mit dem Poynting-Vektor

INTERVIEW
mit Dipl.-Päd. Franz Schradt, NMS Leoben-Stadt

Elektromotoren, Generatoren und Getriebe für Schienenfahrzeuge.

Traktionsantrieb Aeroexpress, Russland
Traktionsmotor Solaris Tramino, Jena
Traktionsgenerator Bombardier TRAXX™ DE ME

Traktionssysteme Austria GmbH
Brown-Boven-Strasse 1, 2351 Wiener Neudorf, Österreich
Tel.: +43 (0)2236 8118-200, Fax: +43 (0)2236 8118-237
E-Mail: office@traktionssysteme.at, www.traktionssysteme.at
TSA – Traktionssysteme Austria

SpringerWienNewYork

TSA TRAKTIONSSYSTEME AUSTRIA

Your article is protected by copyright and all rights are held exclusively by Springer Verlag Wien. This e-offprint is for personal use only and shall not be self-archived in electronic repositories. If you wish to self-archive your article, please use the accepted manuscript version for posting on your own website. You may further deposit the accepted manuscript version in any repository, provided it is only made publicly available 12 months after official publication or later and provided acknowledgement is given to the original source of publication and a link is inserted to the published article on Springer's website. The link must be accompanied by the following text: "The final publication is available at link.springer.com".

Transientes Simulationsmodell für lokale Kraftanregungen elektrischer Antriebe

T. Herold, D. Franck, S. Böhmer, M. Schröder, K. Hameyer

Für die Simulation von transienten lokalen Kraftanregungen innerhalb einer elektrischen Maschine wird eine Simulationsumgebung vorgestellt. Damit ist es möglich, drehzahl- und drehmomentdynamische Vorgänge zu bewerten. Es werden sowohl das Simulationsmodell als auch die Methode zur Kraftberechnung beschrieben und ein Simulationsergebnis als Abschluss gezeigt.

Schlüsselwörter: Maschinenmodell; akustische Abstrahlung; numerische Kraftberechnung; Zeitbereichsmodellierung

Transient simulation model for local force excitations of electrical drives.

A simulation environment for the transient simulation of local force excitations of electrical machines is presented. The model enables the evaluation of dynamic speed and torque situations. The simulation model as well as the method of the force determination are shown and a simulation result is given.

Keywords: machine model; acoustic sound radiation; numerical force calculation; time domain modeling

Eingegangen am 2. November 2014, angenommen am 21. November 2014, online publiziert am 10. Jänner 2015
© Springer Verlag Wien 2014

1. Einleitung

Elektrische Maschinen stellen eine Kernkomponente von einer Vielzahl von Antriebssystemen dar. Neben Kraft- und Geräuschanregungen durch Getriebe, Lager und weitere Komponenten wie beispielsweise Lüfter, können elektromagnetisch erregte Kräfte das Geräuschverhalten von elektrischen Antrieben dominant bestimmen.

Das Thema der Geräuschabstrahlung elektrischer Maschinen ist ein lange bekanntes Problem. So wird bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts vom Heulen der elektrischen Maschine gesprochen [7]. Zunächst wurden empirisch Auslegungsrichtlinien erarbeitet, die als Basis für den Bau akustisch unauffälliger Maschinen dienen. Diese Richtlinien waren jedoch auf bestimmte Baugrößen elektrischer Maschinen beschränkt und konnten nicht allgemein auf neue Topologien und Konstruktionen übertragen werden. Erst nach der strukturierten Untersuchung von Jordan konnten belastbare und skalierbare Richtlinien erarbeitet werden [12]. Grundlage des Modells von Jordan ist die Betrachtung der elektrischen Maschine im Frequenzbereich. Auf Basis dieser Idee ist es möglich, für konstante Betriebspunkte die elektromagnetische Kraftanregung und die mechanische Übertragung der Kräfte auf die Oberfläche des Gehäuses abzuschätzen. Aufbauend auf Jordan sind z. B. die Arbeiten von Yang [19], Timar [18] und als Übersicht Gieras [8] zu empfehlen. Diese Arbeiten zeigen die Betriebspunktabhängigkeit der akustischen Abstrahlung elektrischer Maschinen auf, fokussieren jedoch einzelne Betriebspunkte zur Bewertung der akustischen Abstrahlung. Die Simulationskette besteht aus aufeinander folgenden Einzelsimulationen der elektromagnetischen Kräfte und deren modalen Zerlegung, der linearen Simulation der Schwingungseigenschaften des Gehäuses im Frequenzbereich, der Berechnung der Abstrahlung und im letzten Schritt der Überlagerung aller Frequenzanteile. Häufig werden Randbedingungen wie sinusförmige Ströme und konstante Speisefrequenz gewählt.

Ein Beitrag zur Berücksichtigung von Stromverzerrungen und Einflüssen von schaltenden Bauelementen ist in [13] gegeben. Je-

doch bleibt das Modell im Frequenzbereich. In [9] wird eine Modellierung vorgestellt, mit der Beschleunigungsvorgänge elektrischer Maschinen unter der Annahme eines konstanten Drehmomentes und Vernachlässigung des speisenden Systems bewertet werden können. Vergleichbar zu [17] wird die mechanische Struktur als Übertragungsfunktion von Einheitskräften dargestellt. Weiter wird die Abstrahlcharakteristik als Übertragungsfunktion mit der mechanischen Übertragungsfunktion zusammengefasst. Dies ermöglicht bei mechanisch linear modellierbaren Strukturen eine rechenzeiteffiziente Bewertung verschiedener Betriebspunkte (definiert durch eine Drehzahl und ein Drehmoment, welches für eine Umdrehung als konstant anzunehmen ist), da die elektromagnetisch erregten Kräfte mit dieser akustischen Übertragungsfunktion gefaltet werden müssen. In [1] wird ein Zeitbereichsmodell der elektrischen Maschine vorgestellt, um die Stromverläufe der Maschine zu berechnen. Im Unterschied zu den vorhergehenden Arbeiten, wird in dieser Veröffentlichung ein Modell unter Berücksichtigung des Maschinenreglers vorgestellt. Die elektromagnetischen Kräfte werden räumlich zerlegt und als Lookup-Tabelle für die Zeitbereichssimulation hinterlegt. Die Auswertung der Kraftanregung wird weiterführend wieder im Frequenzbereich durchgeführt.

Herold, Thomas, IEM – Institut für Elektrische Maschinen, Lehrstuhl für Elektromagnetische Energiewandlung, RWTH Aachen University, Schinkelstraße 4, 52056 Aachen, Deutschland (E-Mail: Thomas.herold@iem.rwth-aachen.de); **Franck, David**, IEM – Institut für Elektrische Maschinen, Lehrstuhl für Elektromagnetische Energiewandlung, RWTH Aachen University, Schinkelstraße 4, 52056 Aachen, Deutschland; **Böhmer, Stefan**, IEM – Institut für Elektrische Maschinen, Lehrstuhl für Elektromagnetische Energiewandlung, RWTH Aachen University, Schinkelstraße 4, 52056 Aachen, Deutschland; **Schröder, Michael**, IEM – Institut für Elektrische Maschinen, Lehrstuhl für Elektromagnetische Energiewandlung, RWTH Aachen University, Schinkelstraße 4, 52056 Aachen, Deutschland; **Hameyer, Kay**, IEM – Institut für Elektrische Maschinen, Lehrstuhl für Elektromagnetische Energiewandlung, RWTH Aachen University, Schinkelstraße 4, 52056 Aachen, Deutschland

Basierend auf dieser Ausgangssituation soll das akustische Verhalten von drehzahlvariablen, vektorgeregelten elektrischen Antrieben untersucht werden, die Teil eines Antriebsstrangs einer Maschine oder eines Fahrzeugs sein können. Zunächst wird eine klassische Methode zur Simulation der lokalen Kraftanregung dargestellt. Weiter wird die Notwendigkeit von Zeitbereichsmodellen erläutert. Das vorgeschlagene Antriebsmodell umfasst die Komponenten Leistungselektronik, Regelung und Maschine. Das zugrundeliegende Maschinenmodell hat eine Detailtiefe, wie sie aus numerischen Modellen bekannt ist.

2. Lokale Kraftberechnung als Grundlage der akustischen Bewertung

Die theoretischen Grundlagen zur Berechnung lokaler elektromagnetischer Kräfte wurden bereits vor über 20 Jahren von Bossavit in [2] und [3] beschrieben. Seine Veröffentlichungen führten allerdings nicht dazu, dass die dargestellten Methoden weitläufig Einsatz in der Kraftberechnung fanden. Dieser Umstand lässt sich damit begründen, dass die im Umfeld der elektromagnetischen Feldberechnung verbreitete Vektoranalysis zur mathematischen Darstellung der Konzepte nicht ausreicht und daher die Differentialgeometrie zum Einsatz kommt.

Die dargestellten energiebasierten Konzepte werden in [11] aufgegriffen und genauer betrachtet. Die resultierenden Ergebnisse können wiederum auf Vektorfelder übertragen werden und führen zu dem zentralen Ergebnis, dass die Verbindung zwischen Elektromagnetik und Mechanik durch die Arbeit des Maxwell'schen Spannungstensors σ_{em} auf dem Gradienten eines virtuellen Geschwindigkeitsfeldes \mathbf{v} beschrieben werden kann:

$$\int_{\Omega} \sigma_{em} : \nabla \mathbf{v} = - \int_{\Omega} \rho_{em}^{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{v} + \int_{\Omega} \mathbf{n} \cdot \sigma_{em} \cdot \mathbf{v} \quad (1)$$

wobei Ω das betrachtete Gebiet und σ_{em} die elektromagnetische Kraftdichte darstellt. $\mathbf{a} : \mathbf{b} = a_{ij}b_{ij}$ bezeichnet das Tensorprodukt und \mathbf{n} ist der nach außen gerichtete Normalenvektor auf der Oberfläche des betrachteten Gebietes Ω . Der Maxwell'sche Spannungstensor ergibt sich bei Vernachlässigung von elektrischen Feldern und Magnetostriktion aus

$$\sigma_{em} = \mathbf{h}\mathbf{b} - \{\mathbf{h} \cdot \mathbf{b} - \rho^{\psi}(\mathbf{b})\} \mathbf{I} \quad (2)$$

wobei \mathbf{h} die magnetische Feldstärke und $\rho^{\psi}(\mathbf{b})$ die Energiedichte als Funktion der magnetischen Flussdichte \mathbf{b} , sowie \mathbf{I} die Identitätsmatrix bezeichnet.

Wird nun ein Festkörper Y und ein Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{w}_0 \times \mathbf{r}$ mit konstanten \mathbf{v}_0 und \mathbf{w}_0 betrachtet, so folgt das klassische Berechnungsverfahren für die Kraft \mathbf{F} bzw. das Drehmoment \mathbf{T} auf den Festkörper:

$$\mathbf{F}_Y = \int_{\partial Y} \mathbf{n} \cdot \sigma_{em} \quad (3)$$

$$\mathbf{T}_Y = \int_{\partial Y} \mathbf{r} \times (\mathbf{n} \cdot \sigma_{em}) \quad (4)$$

Das betrachtete Gebiet Y kann hierbei über den Festkörper hinaus erweitert werden, so lange das zusätzliche Gebiet keine Kraftwirkung auf den Körper ausübt. Damit kann bei einer elektrischen Maschine die Oberflächenintegration an einer beliebigen Position im Luftspalt durchgeführt werden. Nachteilig bei diesem Vorgehen erweist sich bedingt durch die Oberflächenintegration der Einfluss der Diskretisierung. Daher ist dieses Vorgehen insbesondere bei der Berechnung von lokalen Kräften als kritisch zu betrachten, da sich dort eine starke Sensitivität der resultierenden Kräfte von der Wahl der Integrationsfläche und der zugrunde liegenden Diskretisierung zeigt. Aus diesem Grund kommt im Gegensatz zur Kraftberechnung in [4]

in der vorliegenden Arbeit eine Methode zum Einsatz, die auf einer Volumenintegration basiert und im Folgenden beschrieben wird. Eine alternative Möglichkeit zur Verbesserung der Kraftberechnung besteht darin, die magnetische Flussdichte im Luftspalt nach der numerischen Berechnung des magnetischen Vektorpotentials über einen analytischen Ansatz zu beschreiben [10]. Damit wird vermieden, dass die Konvergenzordnung der Flussdichte bei der Ableitung aus dem Vektorpotential herabgesetzt wird.

In der Praxis bietet sich ein anderer Ansatz an, bei dem zur Vermeidung der Oberflächenintegration das betrachtete Gebiet Ω größer als der Festkörper Y gewählt wird, wobei das zusätzliche Gebiet keine Kraftwirkung auf den Körper ausüben darf. Das Geschwindigkeitsfeld wird zu $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_0 + \mathbf{w}_0 \times \mathbf{r})\boldsymbol{\gamma}$ gewählt, wobei $\boldsymbol{\gamma}$ eine kontinuierliche, skalare Funktion ist, deren Wert auf Y Eins entspricht und auf $\partial\Omega$ zu Null wird. Hiermit ergibt sich die Gradienten- oder Eggshellmethode, bei der die Kraft \mathbf{F} mit Hilfe einer Volumenintegration bestimmt wird:

$$\mathbf{F}_Y = \int_{\Omega-Y} \sigma_{em} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (5)$$

Das Gebiet $S = \Omega - Y$ kann automatisch so gewählt werden, dass es eine Elementschicht um den betrachteten Festkörper enthält, also alle Elemente, die Kontakt zum Festkörper Y haben. Die Funktion $\boldsymbol{\gamma}$ wird dann als Summe aller Formfunktionen der Knoten gewählt, die den Festkörper Y berühren. Dieser Ansatz wird ebenfalls in [14] vorgeschlagen.

Mit Hilfe eines analogen Ansatzes werden auf identische Weise die lokalen Kräfte bestimmt, wie sie im Folgenden verwendet werden. Es kann gezeigt werden, dass dieser Ansatz für lineare Materialien äquivalent zu der bereits in [16] veröffentlichten Methode ist, sowie für nicht-lineare Materialien der Methode in [5] entspricht. Die Implementierung in einer FE-Umgebung gestaltet sich problemlos, da die benötigte Volumenintegration und der Gradient der Formfunktion bereits vorhanden sind. Für eine detailliertere Beschreibung sei auf [11] verwiesen.

3. Berechnung von Kraftwellen nach klassischen Ansätzen

Nach der Theorie von Jordan werden die auf den Stator einer elektrischen Maschine wirkenden Kraftdichten als eindimensionale Welle dargestellt und in Raum- und Frequenzordnungen für eine konstante Drehzahl (zumindest für eine elektrische Periode) mittels zweidimensionaler Fourieranalyse zerlegt. Um dies auf Basis von quasistationären numerischen Simulationen, einer lokalen Kraftberechnung und im Allgemeinen nicht gleichmäßig verteilten Diskretisierung durchzuführen, ist eine äquidistante Fouriertransformation notwendig [6]. Um diese Datenbasis für eine Quasizeitbereichssimulation zu verwenden wird pro Drehmoment und Drehzahl pro Kraftdichtewelle eine komplexe Zahl gespeichert. Alternativ kann nur eine räumliche Zerlegung durchgeführt werden und die Kraftdichte im Zeitbereich ausgewertet werden. Bei dieser Modellierung wird je räumliche Ordnung und je Rotorposition für jeden möglichen Strom eine komplexe Zahl gespeichert. Nachteil dieser beiden Modellierungsarten ist, dass für eine Abbildungsfunktion theoretisch unendlich viele räumliche und zeitliche, bzw. nur räumliche Stützstellen gespeichert werden müssen. In der Praxis hat sich gezeigt, dass die Anzahl der relevanten Kraftdichtewellen, speziell bei Vernachlässigung fertigungsbedingter Abweichungen, deutlich reduziert werden kann. Jedoch ist für eine Reduktion der Datenbasis eine genaue Kenntnis der mechanischen Übertragungsfunktionen notwendig.

Weiter gibt es die Möglichkeit die räumliche Verteilung der Kraftdichtewellen auf Zahnordnungen abzubilden, da die elektromagnetischen Kräfte dominant über die Zähne an das Joch und somit an

das Gehäuse übertragen werden. Als anschauliches Beispiel wirkt eine Kraftdichtewelle mit der räumlichen Ordnung die der Statorzahnzahl entspricht, genauso wie eine Kraftdichtewelle der räumlichen Ordnung Null. Dieser Zusammenhang soll im Folgenden genauer dargestellt werden.

Zunächst werden nur die Radialkomponenten der Kraftdichten betrachtet. Die räumlich Fourierzerlegte und im Frequenzbereich dargestellte Kraftdichte $\sigma(v, t)$ lässt sich mit folgender Gleichung beschreiben:

$$\sigma(v, f) = \sum_k \sum_l \sigma_{k,l} \cos(v_k x + \omega_l t - \varphi_k) \quad (6)$$

Wobei k einer ganzzahligen Zahl entspricht, $\sigma_{k,l}$ der Amplitude der k -ten räumlichen und l -ten zeitlichen Kraftdichtewelle, v_k der räumlichen Ordnungszahl, x dem mechanischen Winkel über dem Umfang des Bohrungsradius, ω_l der l -ten Frequenzordnung, t der Zeit, f der Frequenz und φ_k der Phasenverschiebung der k -ten Ordnungszahl.

Die auf einen Zahn i wirkende radiale Kraft F bestimmt sich zu:

$$F_{\text{radial}}(i) = \sum_k \frac{2ld\pi}{v_k} \sin\left(\frac{v_k b_z}{2}\right) \sigma_{k,i} \cdot \cos\left(v_k(i-1)\frac{2\pi}{N_1} + \omega_l t - \varphi_k\right) \quad (7)$$

Hier beschreibt i den Zahnindex, eine ganze Zahl im Bereich von 1 bis zur Statorzahnzahl N_1 , l beschreibt die axiale Länge der elektrischen Maschine, d den Bohrungsdurchmesser und b_z die Zahnbreite im Bogenmaß. Auf Basis von Gl. (7) kann für jeden Zahn i der Zeitverlauf der Kräfte für jede räumliche Ordnung v berechnet werden. Wird Gl. (7) nun Fourierzerlegt, kann eine Abbildung der räumlichen Ordnungen v auf Zahnordnungen z bestimmt werden. Es kann gezeigt werden, dass die Zahnordnungen z berechnet werden können zu:

$$z = \text{mod}(v_k, N_1) \quad (8)$$

Diese Transformationsvorschrift kann als Amplitudenanpassung in Abhängigkeit der räumlichen Ordnungszahl v_k und als Ordnungszahlverschiebung durch die diskrete Kraftwirkung nur an den Zähnen interpretiert werden. Für eine Maschine mit $N_1 = 48$ Nuten und $2p = 8$ Polen ist die Amplitudenverschiebung in Abb. 1 dargestellt. Diese Verstärkung ist umgekehrt proportional zur räumlichen Ordnungszahl v_k und die überlagerte Sinusschwingung ist abhängig von

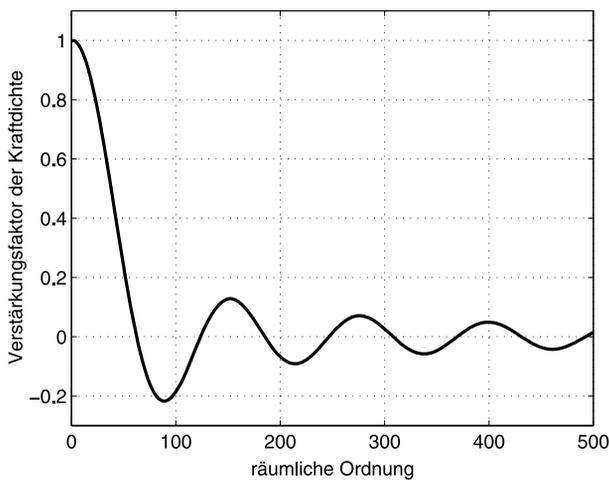


Abb. 1. Verstärkung der Amplituden von Kraftdichteordnungen in Abhängigkeit der räumlichen Ordnung v_k

dem Verhältnis der Zahnbreite zur Nutöffnung. Tendenziell sinkt also die Amplitude der Kraftwirkung auf die Zähne mit der räumlichen Ordnungszahl v_k . Hier ist jedoch anzumerken, dass eine Betrachtung des mechanischen Systems zur Bewertung der Relevanz dieser Kräfte notwendig ist.

Bei Anwendung der oben dargestellten Mittelung der Kraftdichten auf Zahnkräfte geht die Information der Verteilung der Kräfte unter dem Zahn verloren. Die Wirkung der lokalen Kraftverteilung kann bei der für die meisten elektrischen Maschinen gültigen Annahme, dass die auf die Zähne wirkenden Kräfte nur zu einer Verformung im linearen Bereich der mechanischen Materialkennlinie führen und dass die zweite Eigenfrequenz der Zähne deutlich oberhalb der zu betrachtenden Frequenzen liegt, durch eine zusätzliche Umfangskraft auf den Zahn modelliert werden. Hierzu wird aus der lokalen Verteilung der Kraftdichten ein Moment, das auf den Zahn wirkt berechnet und als Umfangskraft pro Zahn bestimmt:

$$F_{\text{umfang}}(i) = \sum_k \frac{\sigma_{k,l} d \pi}{l_{\text{zahn}}} \left[\left(\cos(\omega_l t + \varphi_k + \left(\frac{b_z}{2} - (\pi(2i-2))/N_1\right)(v_k + 1) + (2\pi(i-1))/N_1) \right) / (2v_k + 2) - \left(\cos(\omega_l t + \varphi_k + \left(\frac{b_z}{2} - (\pi(2i-2))/N_1\right)(v_k - 1) - (2\pi(i-1))/N_1) \right) / (2v_k - 2) + \left(\cos(\omega_l t + \varphi_k - \left(\frac{b_z}{2} + (\pi(2i-2))/N_1\right)(v_k - 1) - (2\pi(i-1))/N_1) \right) / (2v_k - 2) - \left(\cos(\omega_l t + \varphi_k - \left(\frac{b_z}{2} + (\pi(2i-2))/N_1\right)(v_k + 1) + (2\pi(i-1))/N_1) \right) / (2v_k + 2) \right] \quad (9)$$

wobei l_{zahn} die Länge eines Zahnes des Stators ist.

Mit der hier dargestellten Transformationsvorschrift lassen sich nun räumliche Ordnungen von Kraftdichtewellen auf Zahnordnungen transformieren. Die räumliche Verteilung der Kraftdichten unter dem Zahn wird als Umfangskraft auf den Zahn berücksichtigt. Vorteil dieser Abbildung der Kraftdichtewellen ist, dass nach einer Transformation in den Ordnungszahlenbereich nur $N_1/2$ räumliche Ordnungen für eine Abbildungsfunktion als Stützstellen gespeichert werden müssen. In diesem Fall sind alle durch das numerische Modell abgebildeten räumlichen Ordnungen berücksichtigt und es muss kein Kraftanteil vernachlässigt werden um die Datenbasis zu reduzieren. Weiter werden alle durch geometrische oder magnetische Unsymmetrien erzeugten Kraftdichtewellen richtig abgebildet.

Zusätzlich können den Umfangskraftkomponenten der einzelnen Zähne die Kraftanteile des Drehmomentes überlagert werden, ohne einen zusätzlichen Modellierungsaufwand zu betreiben.

Wie auch in der Literatur beschrieben, können Drehzahlvariationen bei konstantem Drehmoment durch einfache Frequenzvariationen berechnet werden. Wenn drehzahl- und drehmomentdynamische Vorgänge bewertet werden sollen, ist eine Vielzahl von Simulationen notwendig, so dass eine Zeitbereichsmodellierung notwendig wird, welche im folgenden Kapitel beschrieben wird.

4. Zeitbereichmodellierung

4.1 Maschinenmodell

Für die angestrebte Zeitbereichssimulation des elektrischen Antriebs muss die Komponente „elektrische Maschine“ in ein Systemmodell überführt werden. Dabei wird Rückkopplungsfreiheit vorausgesetzt, d. h. es werden keine Wirbelstromgebiete innerhalb der Maschine zugelassen, so dass sich das Modell vorrangig auf Synchronmaschinen anwenden lässt. Da sich grundsätzlich eine Stromentwicklung innerhalb der Maschine aufgrund von Spannungen aufbaut, sei es eine angelegte Klemmenspannung oder eine induzierte Spannung im Inneren der Maschine, ist für die transiente Simulation eine spannungsgetriebene Modellierung erforderlich. Dazu wird die Spannungsgleichung der Maschine nach den Maschinenströmen aufgelöst. Als Ansteuerung dienen dann Spannungsquellen, die in jeglicher Form an das Modell angekoppelt werden können. Somit sind alle erdenklichen Spannungsansteuerungen $\mathbf{u}(t)$ in der Simulation nachbildbar und das Modell kann in Verbindung mit einer Nachbildung einer Regelung und einer Leistungselektronik betrieben werden. Als Ausgang bietet das Modell Maschinenströme $\mathbf{i}(t)$ und das sich entwickelnde Drehmoment $M(t)$, mit dem dann durch Einspeisen in die Repräsentation einer Mechanik die Drehzahl $\omega(t)$ und der Drehwinkel $\gamma(t)$ berechnet werden. Weiterhin werden die transienten Zahnkräfte $\mathbf{F}(t)$ herausgeführt. Als Eingang erwartet das Modell neben der Spannung die elektrischen Parameter $\mathbf{E}(\mathbf{b})$ und die Zahnkräfte $\mathbf{F}(\mathbf{b})$ für den jeweiligen Betriebspunkt \mathbf{b} (Abb. 2).

Die gängige mathematische Beschreibung einer elektrischen Drehfeldmaschine erfolgt in $dq0$ -Koordinaten. Dies soll auch hier beibehalten werden, weshalb die Stranggrößen in das entsprechende Koordinatensystem transformiert werden müssen. Um eine allgemeine Gültigkeit zu bewahren, wird auch das Nullsystem mit in die Transformation aufgenommen. Dies bietet den Vorteil, dass die Transformationsmatrix die Dimension 3 hat und somit invertierbar ist, was für das hier beschriebene Modell als Voraussetzung anzusehen ist. Daher wird aber auch für diese Modellierungsmethode eine Strangzahl von ungleich drei ausgeschlossen. Je nach Anwendungsfall können die Lösungen des Nullsystems vernachlässigt werden. Als Abbildungsvorschrift wird eine amplitudeninvariante Transformation vom stehenden System auf ein rotierendes System nach [15] gewählt:

$$\mathbf{T} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & \cos(\gamma - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\gamma - \frac{4}{3}\pi) \\ -\sin(\gamma) & -\sin(\gamma - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\gamma - \frac{4}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (10)$$

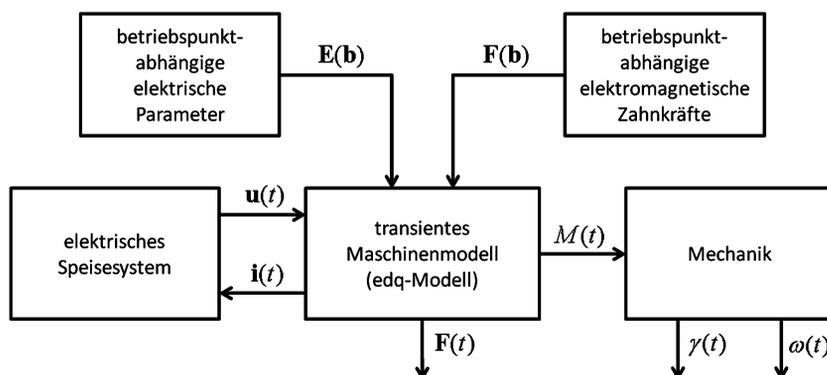


Abb. 2. Schematische Darstellung des transienten Simulationsmodells

Der Winkel stellt hierin den zeitabhängigen Rotorwinkel bezogen auf einen beliebigen festen Statorwinkel dar:

$$\gamma(t) = \gamma_r(t) - \gamma_{s0} \quad (11)$$

Der Übersichtlichkeit halber wird die Zeitabhängigkeit in der Notation ausgespart. Während mitunter als Transformationswinkel die Erregerflussrichtung herangezogen wird, ist in der hier beschriebenen Formulierung der Transformationswinkel immer fest mit dem mechanischen Rotorwinkel verknüpft.

Das Ziel der Formulierung ist die modelltechnische Zerlegung in einzelne Terme in das für die Systemebene übliche orthogonale $dq0$ -System.

Als Ausgangspunkt der Modellierung dient die fundamentale Spannungsgleichung der Maschine:

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{d}{dt}\boldsymbol{\psi} \quad (12)$$

Es bestehen mehrere Möglichkeiten diese Gleichung zu transformieren, je nach Möglichkeit der Bestimmung der erforderlichen Parameter. Im Folgenden wird die Modellierung mit Sekanteninduktivitäten beschrieben.

Zunächst wird die Motorflussverkettung in eine strombedingte und eine erregerbedingte Komponente nach

$$\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_i + \boldsymbol{\psi}_f \quad (13)$$

aufgespalten. In der weiterfolgenden Modellierung werden beide Flussverkettungen in Abhängigkeit von i_d, i_q, i_0 , dem Rotorwinkel γ und der Temperatur ϑ gesetzt, so dass die entstehenden Ableitungsterme nach all diesen Variablen gelöst werden.

Um nun die Maschine in das $dq0$ -System zu überführen, wird die Spannungsgleichung (12) in Verbindung mit der aufgespaltenen Flussverkettung (13) mit der Transformationsmatrix multipliziert:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{dq0} &= \mathbf{T}\mathbf{u} = \mathbf{T}\left(\mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{d}{dt}\boldsymbol{\psi}_i + \frac{d}{dt}\boldsymbol{\psi}_f\right) \\ &= \mathbf{T}\mathbf{R}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0}) + \mathbf{T}\frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\boldsymbol{\psi}_{i,dq0}) + \mathbf{T}\frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\boldsymbol{\psi}_{f,dq0}) \end{aligned} \quad (14)$$

Zur Verwertung in einem Systemmodell müssen die entstehenden Terme weiter ausformuliert werden. Aus dem ersten Term der Lösung von (14) kann die Widerstandsmatrix des Statorsystems in das $dq0$ -System überführt werden. Nach dem Assoziativgesetz lässt sich die Klammerung um die ersten drei Elemente ziehen, so dass nach

$$\mathbf{T}\mathbf{R}\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{R}_{dq0} \quad (15)$$

die Widerstandsmatrix \mathbf{R}_{dq0} bestimmt werden kann. Sind die Strangwiderstände alle identisch kann die Widerstandsmatrix zu einem

Skalar degeneriert werden. Die strombedingte Flussverkettung wird ebenfalls weiter ausformuliert und dabei zum Produkt aus Induktivitäten und Strömen aufgespalten, wengleich auch hier durch die Zeitableitung mehr Terme als bei der Widerstandsmatrix auftreten:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{i,dq0}) &= \mathbf{T} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{T}^{-1} \right) \boldsymbol{\Psi}_{i,dq0} + \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \left(\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}_{i,dq0} \right) \\ &= \omega \mathbf{A} \mathbf{L}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} + \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0}) \\ &= \omega \mathbf{A} \mathbf{L}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} + \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{dq0}) \mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{L}_{dq0} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq0} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Zur Berechnung der Induktivitätsmatrix im $dq0$ -System wird analog zu (15) verfahren:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Psi}_{i,dq0} &= \mathbf{L}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} = \mathbf{T} \mathbf{L} \mathbf{i} = \mathbf{T} \mathbf{L} (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{i}_{dq0}) \\ \Rightarrow \mathbf{L}_{dq0} &= \mathbf{T} \mathbf{L} \mathbf{T}^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

Die Induktivitätsmatrix und der Stromvektor ohne Indizes stellen hierin die Stranggrößen im untransformierten Statorsystem dar. Ebenso wird mit der Erregerflussverkettung verfahren:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0}) &= \mathbf{T} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{T}^{-1} \right) \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \left(\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} \right) \\ &= \omega \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\Psi}_{f,dq0}) \end{aligned} \quad (19)$$

Liegt anstatt einer Permanentmagneterregung eine elektrische Erregung vor, muss $\boldsymbol{\Psi}_f$ als $L_f \cdot i_f$ dargestellt werden, wobei die entstehenden Koppelinduktivitäten ebenfalls mit betrachtet werden müssen. Werden nun (14) bis (19) zusammengefasst, ergibt sich mit

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{dq0} &= \mathbf{R}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} + \omega \mathbf{A} \mathbf{L}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} + \left(\frac{d}{dt} \mathbf{L}_{dq0} \right) \mathbf{i}_{dq0} \\ &+ \mathbf{L}_{dq0} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq0} \right) + \omega \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} \end{aligned} \quad (20)$$

die ausformulierte Spannungsgleichung im $dq0$ -System in Tensor-schreibweise.

4.2 Aufspalten der Terme und Darstellung in getrennten Gleichungen

Grundsätzlich ließe sich mit (20) ein Systemmodell der Synchronmaschine aufstellen, jedoch sind die Zeitableitungen innerhalb der Formulierung vom numerischen Standpunkt der Gleichungslösung als problematisch anzusehen. Daher werden diese zunächst aufgelöst und durch die Verwendung des vollständigen Differentials in partielle Differentialgleichungen überführt. Diese können dann im Vorfeld berechnet und müssen somit nicht in der Systemsimulation selbst gelöst werden. Die Maschinengrößen \mathbf{L}_{dq0} und $\boldsymbol{\Psi}_{dq0}$ sind als Funktionen von verschiedenen Maschinenzuständen zu verstehen. Als Argumente dieser Funktionen werden der Statorstrom, der Rotorwinkel und die Temperatur gewählt. Eine Umformulierung der Induktivitätsmatrix im $dq0$ -System wird mit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{L}_{dq0} &= \partial_\gamma \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} \gamma + \partial_{i_d} \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} i_d + \partial_{i_q} \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} i_q \\ &+ \partial_{i_0} \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} i_0 + \partial_{\vartheta} \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} \vartheta \end{aligned} \quad (21)$$

vorgenommen. Als Statorströme werden hier die in das $dq0$ -System transformierten Ströme genutzt, da diese später im Systemmodell

inklusive ihrer Ableitungen vorliegen. Da innerhalb der vorliegenden Arbeit ein geregelter Antrieb ohne Nullsystem (Umrichterspeisung) betrachtet wird, existiert keine Nullkomponente des Stroms. Daher fällt dieser Term in (21) weg. Auch die Ableitung nach der Temperatur kann aufgrund der sehr großen thermischen Zeitkonstanten vernachlässigt werden. Da die zeitlichen Ableitungen von i_d , i_q , und γ Skalare darstellen, können diese vor die Matrizen gezogen werden. Die Ableitung des Rotorwinkels nach der Zeit ist identisch mit der Rotorgeschwindigkeit. Damit ergibt sich:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{L}_{dq0} = \omega \partial_\gamma \mathbf{L}_{dq0} + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} i_d + \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \mathbf{L}_{dq0} \quad (22)$$

Auch $\boldsymbol{\Psi}_{f,dq0}$ stellt, unter Vernachlässigung der Nullkomponente, eine Funktion von i_d , i_q , γ und der Temperatur ϑ dar und wird dementsprechend gleichermaßen umgeformt. Auch hier wird die Ableitung der Temperatur zu Null gesetzt:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} = \omega \partial_\gamma \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} \quad (23)$$

Die resultierende Spannungsgleichung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{dq0} &= \mathbf{R}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} + \omega \mathbf{A} \mathbf{L}_{dq0} \mathbf{i}_{dq0} \\ &+ \left(\omega \partial_\gamma \mathbf{L}_{dq0} + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} i_d \right. \\ &+ \left. \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \mathbf{L}_{dq0} \right) \mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{L}_{dq0} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq0} + \omega \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} \\ &+ \omega \partial_\gamma \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} + \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \boldsymbol{\Psi}_{f,dq0} \end{aligned} \quad (24)$$

Zur weiteren Verarbeitung ist es sinnvoll, (24) in ihre jeweiligen Komponenten zu zerlegen. Damit ergeben sich die Spannungsgleichungen

$$\begin{aligned} u_d &= \sum_{k=d,q} \left[\left(R_{dk} + \omega (\partial_\gamma L_{dk}) + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} L_{dk} \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} L_{dk} + L_{dk} \frac{d}{dt} i_k \right) \right] \\ &- \omega L_{dq} i_d - \omega L_{dq} i_q - \omega \psi_{f,q} + \omega \partial_\gamma \psi_{f,d} \\ &+ \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \psi_{f,d} + \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \psi_{f,d} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} u_q &= \sum_{k=d,q} \left[\left(R_{qk} + \omega (\partial_\gamma L_{qk}) + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} L_{qk} \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} L_{qk} + L_{qk} \frac{d}{dt} i_k \right) \right] \\ &+ \omega L_{dq} i_q + \omega L_{dd} i_d + \omega \psi_{f,q} + \omega \partial_\gamma \psi_{f,q} \\ &+ \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \psi_{f,q} + \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \psi_{f,q} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{k=d,q} \left[\left(R_{0k} + \omega (\partial_\gamma L_{0k}) + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} L_{0k} \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} L_{0k} + L_{0k} \frac{d}{dt} i_k \right) \right] \\ &+ \omega \partial_\gamma \psi_{f,0} + \frac{d}{dt} i_d \partial_{i_d} \psi_{f,0} + \frac{d}{dt} i_q \partial_{i_q} \psi_{f,0} \end{aligned} \quad (27)$$

Soll ein Nullsystem zugelassen werden, müssen die zuvor zu Null gesetzten Komponenten wieder mit aufgenommen werden und in den komponentenweisen Spannungsgleichungen (25) bis (27) die Summen jeweils auch über 0 ausgeführt werden. Die Nullkomponente der Spannung tritt bei Betrachtung der Maschine inklusive Nichtidealitäten zwar auf, kann aber prinzipbedingt bei einem System ohne Nullleiter keinen Strom treiben und kann daher in der weiteren Modellierung weggelassen werden.

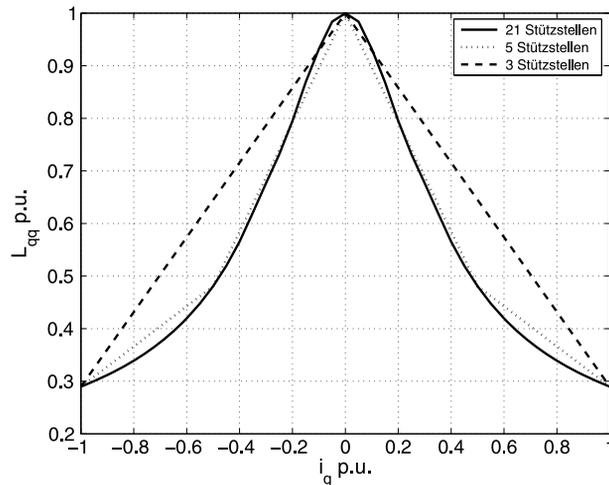


Abb. 3. Verlauf der Induktivität L_{qq} bei Variation des q -Stroms ($i_d = 0$)

Das angestrebte Systemmodell der Synchronmaschine arbeitet strombasiert. Daher müssen die Gleichungen (25) und (26) nun nach den jeweiligen Stromableitungen aufgelöst werden, um eine analytische Repräsentation der Maschine zu erhalten, die keine numerischen Iterationen zur Berechnung der Ströme verlangt, sondern eine einfache zeitliche Integration erlaubt. Als Ergebnis ergeben sich sehr lange Gleichungen, die nur noch in elektronischer Form sinnvoll zu behandeln ist. Daher wird auf die Angabe dieser Umformulierung an dieser Stelle verzichtet.

Bis auf die Aufgabe des Nullsystems und die vorausgesetzte Rückwirkungsfreiheit bzgl. der Wirbelgebiete ist die Beschreibung der Synchronmaschine bisher ohne Einschränkung. Werden nun Sättigungseinflüsse sowie Nuteffekte vernachlässigt und eine symmetrischen Widerstandsverteilung unterstellt, fallen alle partiellen Ableitungen sowie die Kreuzbeeinflussung durch L_{dq} weg und die Widerstandsmatrix wird zu einem Skalar. Weiterhin wird in der idealisierten Vorstellung bei einem vorher gewählten Transformationswinkel in Richtung der d -Achse die q -Komponente der Erregerflussverkettung zu Null. Damit ergibt sich die bekannte Systembeschreibung einer Synchronmaschine unter idealen Voraussetzungen im dq -System:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + L_{dd} \frac{d}{dt} i_d - \omega L_{dq} i_q \\ u_q &= R i_q + L_{qq} \frac{d}{dt} i_q + \omega L_{dd} i_d + \omega \psi_{f,d} \\ u_0 &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Da das Modell sich, wie auch das Grundwellenmodell, auf eine Beschreibung im dq -Koordinatensystem stützt und sich durch Vernachlässigung der Nichtidealitäten wieder zu dem bekannten dq -Modell kürzt, wird es als erweitertes dq -Modell oder kurz „ edq -Modell“ bezeichnet. Auch in der vereinfachten Form des Grundwellenmodells nach (28) müssen die Parameter Induktivität, Widerstand und Erregerflussverkettung bekannt sein. Für die erweiterte Modellierung gilt dies natürlich ebenfalls, nur werden dabei aus den Skalaren mehrdimensionale Räume.

4.3 Parametrierung des Maschinenmodells

In der vorangegangenen Modellierung werden die Maschinenparameter in Abhängigkeit vom Betriebspunkt dargestellt. Hier spielen Sättigungseffekte, die Stator- sowie Rotornutung und die Temperatur mit ein. Daher erweitern sich die Maschinenparameter zu

multidimensionalen Kennfeldern. Deren Bestimmung ist nur noch durch eine Analyse nach FEM, Widerstandsnetzwerken oder ähnlichem möglich. Eine Vermessung der Maschine scheidet für das vorgestellte Modell aus, da es nicht möglich ist, die einzelnen Parameter und Effekte in den Messergebnissen zu separieren. In der vorliegenden Arbeit werden die Parameter aus einer ausgedehnten FEM-Kampagne extrahiert, die für jeden möglichen Betriebspunkt unter Variation von i_d , i_q , dem Rotorwinkel γ und der Temperatur ϑ einen Parametersatz bereitstellt. Gleichzeitig werden die betriebspunktabhängigen Zahnkräfte nach der oben beschriebenen Methode bestimmt. Diese Parameter werden dann zu mehrdimensionalen Räumen zusammengefasst und für den Einsatz innerhalb des Systemmodells der elektrischen Maschine verarbeitet. Dies umfasst einerseits die Transformation in das $dq0$ -Koordinatensystem und andererseits die Bildung der partiellen Ableitungen, die, wie auch alle anderen Parameter, in Form von mehrdimensionalen Tabellen der Simulation bereitgestellt werden.

Eine wichtige Überlegung ist die Anzahl der zu extrahierenden Stützstellen. Während dies für die Anzahl der Winkelschritte einfach nach dem Shannon-Theorem durch die gewünschte Anzahl der abbildbaren Harmonischen gegeben ist, stellt sich die Wahl für die Granularität bzgl. der Ströme schwieriger dar. Einen Eindruck hierzu vermittelt Abb. 3. Der Verlauf wird mit 21 Stützstellen sehr „rund“ abgebildet, während bei drei Stützstellen natürlich nur noch ein dreieckiger Verlauf erreicht wird. Mit einem Kompromiss von fünf Stützstellen wird der Verlauf mit 21 Stützstellen hingegen schon sehr gut angenähert, allerdings besteht bei Nullstrom ein spitzer Winkel, der für die numerische partielle Ableitung problematisch ist. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die Anzahl der Stützstellen adaptiv nach numerischen Gesichtspunkten zu wählen. Aber auch mit einem intelligenten Verfahren zur Minimierung des Simulationsaufwands kann durchaus die Simulation mehrerer zehntausend Betriebspunkte notwendig sein.

Als Ergebnis der Modellierung mit anschließender Parametrierung steht ein Modell der untersuchten permanentmagneterregten Maschine bereit, das Sättigung, Nutung, Temperatureinflüsse und auch Exzentrizitäten sowie Anisotropien darstellen kann. Im Gegensatz zu einer Simulation mit einem Grundwellenmodell werden also auch die auftretenden Harmonischen mit abgebildet, was sich auch in stationären Arbeitspunkten in höherfrequenten Anteilen des Motorstroms äußert. Der Unterschied in der Repräsentation der elektrischen Maschine nach Grundwellenmodell und edq -Modell lässt sich beispielsweise durch eine Simulation eines lastbehafteten Hochschleppens der Maschine an einer nicht getakteten Spannungsquelle erkennen. Während das Grundwellenmodell mit der entsprechenden Steuervorschrift für die Maschine verkettete Spannungen über 400 V erfordert (Abb. 4) werden durch die genauere Beschreibung nach dem edq -Modell die 400 V nicht überschritten (Abb. 5). Das mag zwar auf den ersten Blick nebensächlich erscheinen, allerdings macht es eine Simulation mit einem spannungszwischenkreisbehafteten Umrichter nur noch eingeschränkt möglich. Da die Zwischenkreisspannung für die betrachtete Maschine 400 V beträgt, würde die Erfordernis einer höheren Spannung zu Übermodulation und damit zu unregelmäßigen Zuständen führen, welche in einem instabilen Betrieb resultieren. Neben diesen sättigungsbedingten Erscheinungen wirken sich auch die Nutharmonischen auf die elektrischen Größen und damit auch indirekt auf die lokalen Kraftentwicklungen aus.

Für das hier dargestellte Modell zur Simulation der elektromagnetischen Kräfte eines elektrischen Antriebs werden zur Parametrierung numerische Simulationen benutzt. Die elektromagnetischen Kräfte, die auf die Zähne des Stators wirken werden auf Basis der in

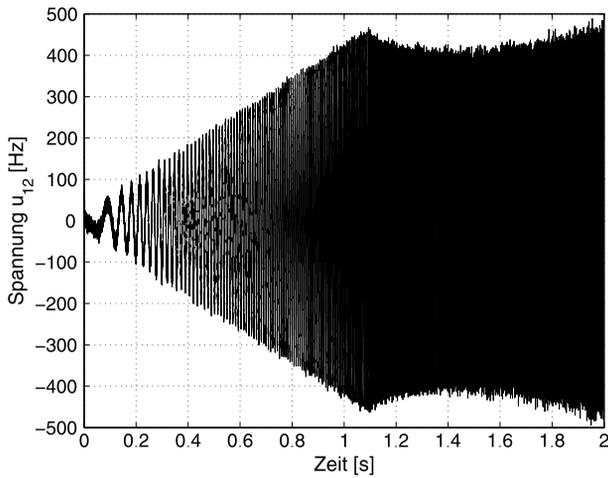


Abb. 4. Klemmenspannung u_{12} bei simuliertem Hochlauf mit Grundwellenmodell

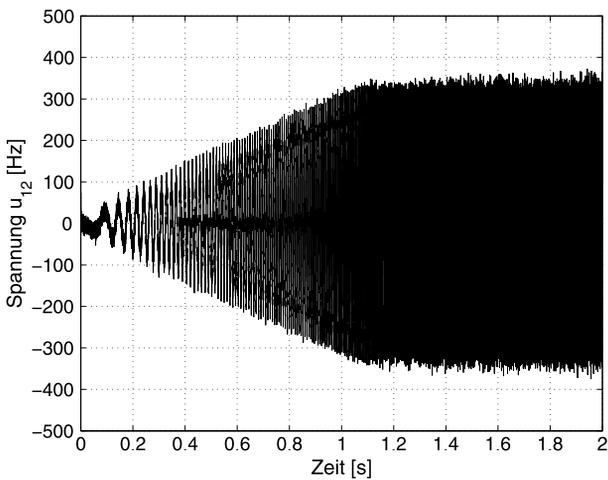


Abb. 5. Klemmenspannung u_{12} bei simuliertem Hochlauf mit edq -Modell

Abschn. 2 vorgestellten Eggshellmethode berechnet. In dem Raster von i_d - und i_q -Strömen, die für die Parametrierung des erweiterten dq -Modells numerisch simuliert werden, wird so die lokale Kraftverteilung bestimmt. Die Kraftdichtevektoren konzentrieren sich am Zahnkopf am Übergang zum Luftspalt. Es ergeben sich abhängig von Strom und Rotorposition unterschiedliche Verteilungen der Kraftdichten über einen Zahn. Diese Kraftdichten können in eine Umfangskomponente σ_u und eine Radialkomponente σ_r zerlegt werden, wobei die Umfangskomponente dem Drehmoment und die Radialkomponente einer Zugkraft auf den Zahn entspricht. Um einen möglichst geringen numerischen Aufwand für die Mittelung der Zahnkräfte zu haben, werden diese direkt aus der quasistationären numerischen Simulation pro Zahn gemittelt und eine Abbildungsfunktion pro Zahn in Abhängigkeit von i_d , i_q und der Rotorposition gebildet. Wie oben dargestellt, werden alle relevanten Anregungen und auch die Verteilung der Kräfte unter einem Zahn so als zwei Komponenten in Radial- und in Umfangsrichtung abgebildet.

Als Stützstellen werden pro Zahn pro i_d -, i_q -Strom und Rotorposition zwei reelle Zahlen (Radialkomponente und Umfangskomponente) gespeichert. Für die Zeitbereichmodellierung ist es auch möglich, die Radialkräfte über die Zähne einer räumlichen Fourierzerlegung zu unterziehen. In diesem Fall wird für die halbe Zahnzahl $N_1/2$ pro i_d , i_q , Rotorposition und Temperatur für die Radialkomponente nur eine komplexe Zahl gespeichert. Wie oben beschrieben ist das Modell dafür geeignet, Abweichungen von einer ideal symmetrischen Maschine zu berücksichtigen. Falls nur eine ideal symmetrische Maschine betrachtet werden soll, ist es ausreichend nur die Zähne unter einem Polpaar zu betrachten und eine Variation der Rotorposition von 60° elektrisch vorzunehmen.

Tab. 1. Betriebsbereiche des Beschleunigungsvorgangs

Betriebsbereich	A	B	C
Drehzahl [min^{-1}]	0 ... 1200	1200 ... 3600	3600 ... 4800
Drehmoment [N m]	50	100	10

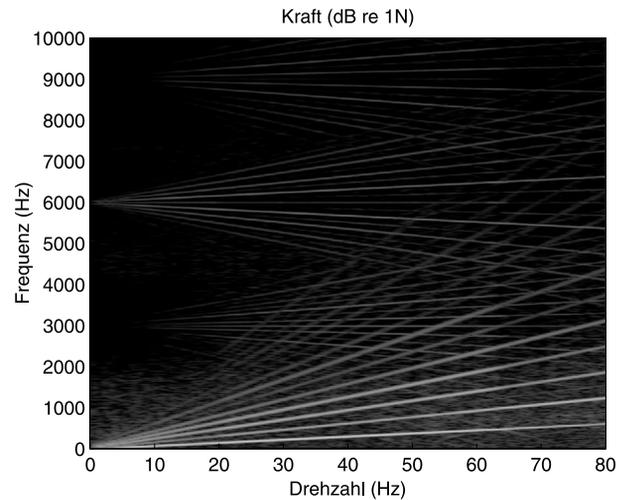


Abb. 6. Kraft auf einen Statorzahn bei simuliertem Hochlauf mit edq -Modell und PWM-Ansteuerung

Beispielhaft wird das beschriebene Simulationsmodell auf eine permanentmagneterregte Synchronmaschine mit $N_1 = 48$ Nuten und $2p = 8$ Polen angewendet. Die Schaltfrequenz ist für die dargestellte Untersuchung zu $f_{pwm} = 3$ kHz gewählt. Die Maschine wird von außen gleichförmig vom Stillstand bis auf maximale Drehzahl beschleunigt und dabei mit drei verschiedenen Sollmomenten beaufschlagt (Tab. 1).

4.4 Anwendungsbeispiel

Als ausgewähltes Ergebnis des Modells ist in Abb. 6 die Radialkraft, welche auf einen Statorzahn wirkt, als Spektrogramm dargestellt. Deutlich erkennbar sind die Kraftanregungen durch die Nutzung der Maschine, sowie die Anregungen durch Oberfelder, welche sich in der Frequenzordnung 8 und deren Vielfache widerspiegeln. Zusätzlich sind die Anregungen durch die getakteten Halbleiter der Leistungselektronik deutlich erkennbar. Im Spektrogramm sind diese als „PWM-Fächer“ mit den mittleren Frequenz 3 kHz, 6 kHz und 9 kHz zu erkennen. Im Spektrogramm der Kraft, die auf einen Zahn wirkt, ist der Einfluss der Drehmomentänderung nur schwierig zu erkennen.

Da die Kräfte im Zeitbereich pro Zahn simuliert werden, können diese wie oben beschrieben in Zahnordnungen zerlegt werden. In der vorgestellten Simulation sind keine fertigungsbedingten Abwei-

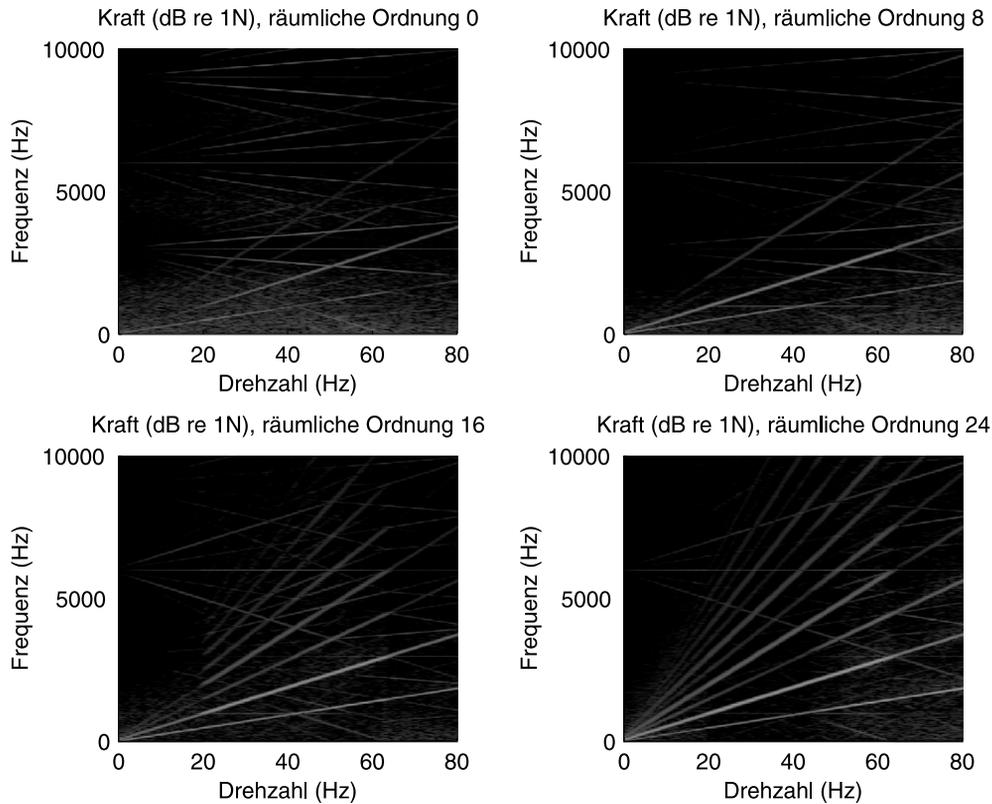


Abb. 7. Räumlich zerlegte Kräfte bei simuliertem Hochlauf mit *edq*-Modell und PWM-Ansteuerung

chungen oder Anisotropien betrachtet, daher treten nur die räumlichen Ordnungen 0, 8, 16 und 24 auf. Die Spektrogramme der Kräfte dieser vier räumlichen Ordnungen sind in Abb. 7 dargestellt. Es fällt auf, dass der Einfluss der PWM in den kleinen Ordnungszahlen 0 und 8 eine deutlichere Ausprägung hat. Im Spektrogramm der räumlichen Ordnung 16 ist deutlich der Einfluss der Änderung des Drehmomentes (Strom) zu erkennen. Die Reduktion des Drehmomentes ab der Drehzahl $n = 3600 \text{ min}^{-1}$ äußert sich deutlich im Spektrogramm der räumlichen Ordnung 24.

5. Konklusion

In dieser Veröffentlichung ist ein Zeitbereichsmodell zur Simulation elektrischer Antriebe vorgestellt. Die Struktur des Maschinenmodells ist im Detail erklärt. Auf Basis von 2-D FE-Simulationen wird das vorgestellte Modell parametrisiert, sowohl für die elektrische Repräsentation wie auch die elektromagnetische Kraftanregung. Hinweise zur Parametrierung des Modells sind gegeben und die Mittelung der lokalen Kräfte eines Zahns ist im Detail erklärt.

Mit dem vorgestellten Modell können beliebige Betriebspunkte sowie transiente Vorgänge einer Synchronmaschine simuliert werden. Prinzipbedingt sind beliebige Asymmetrien, fertigungsbedingte Abweichungen oder Fehlerfälle ebenfalls mit dem Modell abbildbar. Als Beispiel für den Einsatz des vorgestellten Modells ist ein Beschleunigungsvorgang einer permanentmagneterregten Synchronmaschine bei gleichzeitigen Drehmomentsprüngen vorgestellt.

In dieser Veröffentlichung wurde explizit Fokus auf die Berechnung der lokalen elektromagnetischen Kräfte gelegt. Das vorgestellte Modell ist für die akustische Bewertung elektrischer Antriebssysteme geeignet. Der strukturdynamische Teil des gesamten Antriebsakustikmodells wird in einer nachfolgenden Veröffentlichung vorgestellt. Festzuhalten ist, dass die mechanische Konstruktion, Lagerung

und Anbindung eines elektrischen Antriebs an Maschinen oder Fahrzeuge eine dominante Rolle für die akustische Bewertung spielt. Die lokale Kraftanregung ist für die Durchführung dieser Bewertung ein wichtiger Baustein.

Literatur

- Bösing, M., Niessen, M., Lange, T., De Doncker, R. (2012): Modeling spatial harmonics and switching frequencies in PM synchronous machines and their electromagnetic forces. In 2012 XXth international conference on electrical machines (ICEM) (S. 3001–3007).
- Bossavit, A. (1990): Forces in magnetostatics and their computation. *J. Appl. Phys.*, 67(9), 5812–5814.
- Bossavit, A. (1992): Edge element computation of the force field in deformable bodies. *IEEE Trans. Magn.*, 8(2), 1263–1266.
- Braunisch, D., Ponick, B., Bramerdorfer, G. (2013): Combined analytical-numerical noise calculation of electrical machines considering nonsinusoidal mode shapes. *IEEE Trans. Magn.*, 49(4), 1407–1415.
- Coulomb, J. L. (1983): A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness. *IEEE Trans. Magn.*, 16(6), 2514–2519.
- Dutt, A., Rokhlin, V. (1995): Fast Fourier transforms for nonequispaced data. *II. Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 2, 85–100.
- Fischer-Hinnen, J. (1904): Über das Pfeifen von Maschinen. *Z. Elektrotech.*, 23, 399.
- Gieras, J. F., Wang, C., Cho Lai, J. (2006): Noise of polyphase electric motors. Boca Raton: CRC Press (Taylor & Francis Group).
- Giet, M. v. d. (2011): Analysis of electromagnetic acoustic noise excitations: a contribution to low-noise design and to the auralization of electrical machines. Diss. IEM, RWTH Aachen University. Aachen: Shaker.
- Hameyer, K., Mertens, R., Pahner, U., Belmans, R. (1998): New technique to enhance the accuracy of 2-D/3-D field quantities and forces obtained by standard finite-element solutions. *IEE Proc. Sci. Meas. Technol.*, 145(2), 67–75.
- Henrotte, F., Hameyer, K. (2007): A theory for electromagnetic force formulas in continuous media. *IEEE Trans. Magn.*, 43(4), 1445–1448.
- Jordan, H. (1950): Geräuscharme Elektromotoren. Essen: Verlag W. Girardet.

13. Le Besnerais, J., Lanfranchi, V., Hecquet, M., Brochet, P. (2010): Characterization and reduction of audible magnetic noise due to PWM supply in induction machines. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 57(4), 1288–1295.
14. McFee, S., Webb, J. P., Lowther, D. (1988): A tunable volume integration formulation for force calculation in finite-element based computational magnetostatics. *IEEE Trans. Magn.*, 24(1), 439–442.
15. Müller, G. (1995): *Theorie elektrischer Maschinen*. Weinheim: VCH.
16. Ren, Z., Razeq, A. (1992): Local force computation in deformable bodies using edge elements. *IEEE Trans. Magn.*, 28(2), 1212–1215.
17. Roivainen, J. (2009): Unit-wave response-based modeling of electromechanical noise and vibration of electrical machines. Dissertation. Helsinki: University of Technology.
18. Timar, L., Fazekas, A., Kiss, J., Miklos, A., Yang, G. S. (1989): *Noise and vibration of electrical machines*. Amsterdam: Elsevier.
19. Yang, J. S. (1981): *Low-noise electrical motors*. Oxford: Clarendon.

Autoren**Thomas Herold**

Studierte an der RWTH Aachen University Elektrotechnik und schloss 2007 mit dem Diplom ab. Im Anschluss wurde er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische Maschinen der RWTH Aachen University. Seit 2010 bekleidet er die Stelle eines Oberingenieurs des Instituts. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich der Antriebsmodellierung, Simulation, Antriebsregelung und Systemidentifikation sowie Condition Monitoring.

**David Franck**

Studierte an der RWTH Aachen University Elektrotechnik und schloss im März 2008 mit dem Diplom ab. Im Anschluss wurde er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische Maschinen der RWTH Aachen University. Seit 2011 bekleidet er die Stelle eines Oberingenieurs des Instituts. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich des akustischen Verhaltens elektrischer Maschinen.

**Stefan Böhmer**

Studierte an der RWTH Aachen University Informatik mit Anwendungsfach Elektrotechnik und schloss im November 2010 mit dem Diplom ab. Nach seinem Studium wurde er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische Maschinen der RWTH Aachen University. Seit 2013 bekleidet er die Stelle eines Gruppenleiters des Instituts. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich der numerischen Feldberechnung elektrischer Maschinen und Energiewandler.

**Michael Schröder**

Studierte an der RWTH Aachen University Elektrotechnik und schloss im Mai 2012 mit dem Diplom ab. Im Anschluss wurde er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische Maschinen der RWTH Aachen University. Seit 2014 bekleidet er die Stelle eines Gruppenleiters des Instituts. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich des akustischen und strukturdynamischen Verhaltens elektrischer Maschinen.

**Kay Hameyer**

Erwarb sein Diplom in Elektrotechnik von der Universität Hannover und promovierte an der Technischen Universität Berlin. Nach seinem Studium arbeitete er für die Robert Bosch GmbH in Stuttgart als Entwicklungsingenieur für permanentmagneterregte Servomotoren und Kraftfahrzeugbordnetzkomponenten. Bis 2004 war Dr. Hameyer Professor für Numerische Feldberechnungen und Elektrische Maschinen an der KU Leuven in Belgien. Seit 2004 ist er Professor und Leiter des Instituts für Elektrische Maschinen der RWTH Aachen University. 2006 war er Vizedekan der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der RWTH Aachen University und von 2007 bis 2009 Dekan der Fakultät. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich der numerischen Feldberechnung und -optimierung, dem Entwurf und der Regelung elektrischer Maschinen, insbesondere von permanentmagneterregten Maschinen und Drehfeldmaschinen sowie der Entwicklung von Methoden für die virtuelle Realität. Seit vielen Jahren beschäftigt sich die Arbeit von Dr. Hameyer mit der Magnetschwebetechnik für Antriebssysteme, der elektromagnetischen Geräuschanregung elektrischer Maschinen und der Charakterisierung ferromagnetischer Materialien. Er ist Autor von mehr als 250 Journal-Publikationen, mehr als 500 internationalen Konferenzveröffentlichungen und Autor von vier Büchern. Dr. Hameyer ist Mitglied im VDE, IEEE Senior Member und Fellow des IET.